

**ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ & ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
ΤΡΙΤΗ 2 ΙΟΥΝΙΟΥ 2026
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**

ΘΕΜΑ Α

- A1.** Σελίδα 65 Σχολικό Βιβλίο
A2. Σελίδα 87 Σχολικό Βιβλίο
A3. Σελίδα 22 Σχολικό Βιβλίο
A4. α. Λάθος β. Σωστό γ. Σωστό δ. Λάθος ε. Σωστό

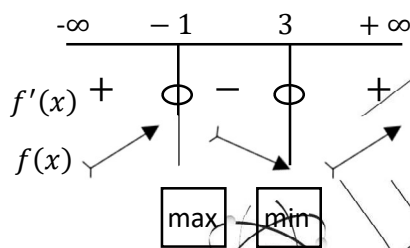
ΘΕΜΑ Β

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 1, \quad x \in \mathbb{R}$$

B1. $f'(x) = \frac{1}{3} \cdot 3x^2 - 2x - 3 = x^2 - 2x - 3$

B2. $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 4 + 12 = 16$$



$$x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{2 \cdot 1}$$

$$x_1 = \frac{2 + 4}{2} = 3$$

$$x_2 = \frac{2 - 4}{2} = -1$$

Η $f(x)$ γνησίως αύξουσα για $x \in (-\infty, -1]$ και για $x \in [3, +\infty)$

Η $f(x)$ γνησίως φθίνουσα για $x \in [-1, 3]$

Η $f(x)$ παρουσιάζει τοπικό μέγιστο για $x_2 = -1$

το $f(-1) = \frac{8}{3}$ και παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο για $x_1 = 3$ το $f(3) = -8$

$$B3. y = f'(x_0)x + \beta \Rightarrow$$

$$y = -3x + \beta \stackrel{x=0, y=1}{\Rightarrow}$$

$$1 = -3 \cdot 0 + \beta \Rightarrow \beta = 1 \text{ \acute{a}ρα } y = -3x + 1 \text{ \eta εξίσωση εφαπτόμενης της Cf στο } A(0, f(0)).$$

$$f'(0) = -3$$

$$f(0) = 1$$

$$B4. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{f'(x)}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 2x - 3}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x-3)}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} (x-3) = -1 - 3 = -4$$

ΘΕΜΑ Γ

$$4, 5, 4, \kappa, 0, 3, 7, \quad \kappa \in N$$

$$Γ1. \bar{x} = 4 \Leftrightarrow \frac{4+5+4+\kappa+0+3+7}{7} = 4$$

$$23 + \kappa = 28 \Leftrightarrow$$

$$\kappa = 28 - 23$$

$$\kappa = 5$$

Γ2. Για τη διάμεσο τοποθετούμε κατά αύξουσα σειρά της παρατηρήσεις και εφόσον το πλήθος είναι περιττός αριθμός, η μεσαία παρατήρηση είναι η διάμεσος.

$$0, 3, 4, \textcircled{4}, 5, 5, 7$$

$$\text{Άρα } \delta = 4$$

Γ3.

$$S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^7 (t_i - \bar{x})^2$$

$$S^2 = \frac{(4-4)^2 + (5-4)^2 + (4-4)^2 + (5-4)^2 + (0-4)^2 + (3-4)^2 + (7-4)^2}{7}$$

$$= \frac{1+1+16+1+16+4+9}{7} = \frac{28}{7} = 4$$

$$Γ4. CV = \frac{s}{|\bar{x}|} = \frac{\sqrt{S^2}}{|\bar{x}|} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 50\%$$

Το δείγμα δεν είναι ομοιογενές γιατί $CV = 50\% > 10\%$.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. $x, y > 0$

$$E = 100 \Leftrightarrow y \cdot x = 100 \Leftrightarrow y = \frac{100}{x} \quad (1) \quad \mu\epsilon \ x > 0$$

$$\Pi = 2x + 2y = 2x + 2 \cdot \frac{100}{x} = 2x + \frac{200}{x}, \quad x > 0$$

$$\text{Άρα } \Pi(x) = 2x + \frac{200}{x}, \quad x > 0$$

$$\Delta 2. \Pi'(x) = \left(2x + \frac{200}{x}\right)' = 2 - \frac{200}{x^2} = \frac{2x^2 - 200}{x^2}$$

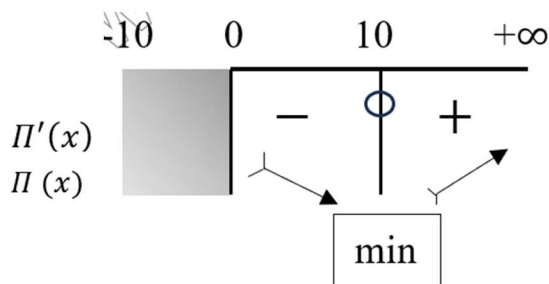
$$\Pi'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 200 = 0$$

$$2(x^2 - 100) = 0$$

$$2(x - 10)(x + 10) = 0$$

$$\begin{array}{l} \downarrow \\ x - 10 = 0 \\ \Leftrightarrow x = 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \downarrow \\ x + 10 = 0 \Leftrightarrow \\ x = -10 \\ \text{απορρίπτεται} \end{array}$$



Η $\Pi(x)$ γνησίως φθίνουσα για $x \in (0, 10]$ και γνησίως αύξουσα για $x \in [10, +\infty)$ και παρουσιάζει ολικό ελάχιστο για $x = 10$ το $\Pi(10) = 40$

Για $x = 10 \stackrel{(1)}{\Rightarrow} y = \frac{100}{10} = 10$ άρα το ορθογώνιο με τη μικρότερη περίμετρο είναι το τετράγωνο με πλευρά $x = 10$ m.

Δ3. $x_1, x_2 \in (0, 10)$ με $\Pi(x)$ γνησίως φθίνουσα στο $(0, 10]$.

$$x_1 < x_2$$

$$A = \frac{\Pi(x_1) - \Pi(x_2)}{x_1 - x_2}$$

$$x_1 < x_2 \Leftrightarrow x_1 - x_2 < 0 \quad (1)$$

$$x_1 < x_2 \Leftrightarrow \Pi(x_1) > \Pi(x_2) \Leftrightarrow \Pi(x_1) - \Pi(x_2) > 0 \quad (2)$$

Από (1), (2) $\Rightarrow A < 0$

$$\Delta 4. \lim_{x \rightarrow 10} \frac{\Pi'(x)}{\sqrt{10x} - 10} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 10} \frac{\frac{2x^2 - 200}{x^2}}{\frac{0}{0}} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 10} \frac{2(x^2 - 100)}{x^2(\sqrt{10x} - 10)} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 10} \frac{2(x-10)(x+10) \cdot (\sqrt{10} + 10)}{x^2(\sqrt{10x} - 10)(\sqrt{10x} + 10)} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 10} \frac{2(x-10)(x+10)(\sqrt{10x} + 10)}{x^2(\sqrt{10x^2} - 10^2)} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 10} \frac{2(x-10)(x+10)(\sqrt{10x} + 10)}{x^2(10x - 100)} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 10} \frac{2(x-10)(x+10)(\sqrt{10x} + 10)}{x^2 10(x-10)} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 10} \frac{2(x+10)(\sqrt{10x} + 10)}{10 \cdot x^2} =$$

$$\frac{2(10+10)(\sqrt{10 \cdot 10} + 10)}{10 \cdot 10^2} =$$

$$\frac{2 \cdot 20(\sqrt{100} + 10)}{10 \cdot 100} = \frac{40(10+10)}{1000} = \frac{40 \cdot 20}{1000} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ

ΜΑΡΚΑΤΟΥ ΓΕΩΡΓΙΑ

ΜΑΡΚΑΤΟΣ ΔΙΟΝΥΣΗΣ

ΜΑΣΤΟΡΑΚΟΣ ΠΑΝΑΓΙΩΤΗΣ

ΑΝΝΙΝΟΣ ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ

ΚΑΛΑΜΠΑΛΙΚΗ ΜΑΡΙΑ