ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ – ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
ΣΑΒΒΑΤΟ 3 ΙΟΥΝΙΟΥ 2023
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)

ΘΕΜΑ Α

Α1. Σχολικό βιβλίο σελ. 30

Α2. Σχολικό βιβλίο σελ. 22

Α3.

α. ΛΑΘΟΣ
β. ΣΩΣΤΟ
γ. ΣΩΣΤΟ
δ. ΛΑΘΟΣ
ε. ΣΩΣΤΟ

ΘΕΜΑ Β

Β1.

$$f'(x) = (2x^3 + ax^2 - 12x + 10)'$$

$$f'(x) = 6x^2 + 2ax - 12$$

Β2. Αν η εφαπτομένη στο $x_0 = 1$ είναι παράλληλη στον άξονα $x'x$ θα ισχύει:

$$f'(1) = 0 \Leftrightarrow 6 + 2a - 12 = 0 \Leftrightarrow 2a = 6 \Leftrightarrow a = 3$$

Β3. Για $\alpha = 3$ $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 10$

$$f'(x) = 6x^2 + 6x - 12$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 6x^2 + 6x - 12 = 0 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0$$

$$\Delta = 9$$

$$\boldsymbol{x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{2}} \begin{cases} 1 \\ -2 \end{cases}$$

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
f'		$+$	0	$-$	0	$+$	
f		$\nearrow$	ΤΜ	$\searrow$	ΤΕ	$\nearrow$	

$f \nearrow$ $\sigma\tau o$ $(-\infty, -2], [1, +\infty)$

$f \searrow$ $\sigma\tau o$ $[-2,1]$

Στο $x_1 = -2$ παρουσιάζει τοπικό μέγιστο το $f(-2) = 30$

Στο $x_2 = 1$ παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο το $f(1) = 3$

Β4. Για α = 3

$$\lim_{x\to 1}\frac{6x^2+6x-12}{x-1} = \lim_{x\to 1}\frac{6(x-1)(x+2)}{x-1} = 18$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{x_{i=1}}^{4} x_i v_i}{v} \Leftrightarrow 14 = \frac{200+210+18v_3+22\cdot 5}{v}$$

$$410 + 18v_3 + 110 = 14v$$

$$520 + 18v_3 = 14v \quad (\mathbf{1})$$

Επίσης $$20 + 15 + v_3 + 5 = v$$

$$40 + v_3 = v \quad (\mathbf{2})$$

$$(1) \overset{(2)}{\Rightarrow} 520 + 18v_3 = 14\,(40 + v_3) \Leftrightarrow 520 + 18v_3 = 560 + 14v_3 \Leftrightarrow 18v_3 - 14v_3 = 560 - 520 \Leftrightarrow 4v_3 = 40 \Leftrightarrow \boldsymbol{v_3 = 10}$$

Γ2.

ΚΛΑΣΕΙΣ	ΚΕΝΤΡΙΚΗ ΤΙΜΗ $\mathbf{x_i}$	ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ $\mathbf{v_i}$	$\mathbf{x_i v_i}$
(8-12]	10	20	200
(12-16]	14	15	210
(16-20]	**18**	**10**	**180**
(20-24]	**22**	5	**110**
	ΣΥΝΟΛΟ	**50**	**700**

Γ3.

$$\boldsymbol{s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{4}(x_i - \bar{x})^2 \cdot v_i}{v}}$$

$$= \frac{(10-14)^2 20 + (14-14)^2 15 + (18-14)^2 10 + (22-14)^2 5}{50}$$

$$= \frac{16\cdot 20 + 0 + 16\cdot 10 + 64\cdot 5}{50} = \frac{320+160+320}{50} = \frac{800}{50} = 16$$

Γ4. $CV = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{4}{14} = \frac{2}{7} \cong 0{,}28 > 0{,}1 \quad s = \sqrt{16} = 4$

Άρα το δείγμα δεν είναι ομοιογενές

ΘΕΜΑ Δ

$$f(x) = -\frac{1}{x^2} \quad , \quad x \neq 0$$

Δ1.

$$f'(x) = \left(-\frac{1}{x^2}\right)' = -\frac{1'x^2 - (x^2)'}{(x^2)^2} = \frac{2}{x^3}$$

$$f'(x) > 0 \Leftrightarrow \frac{2}{x^3} > 0 \Leftrightarrow x > 0$$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
f'	-	‖	+
f	↘	‖	↗

$f \searrow \ \sigma\tau o\ (-\infty, 0)$

$f \nearrow \ \sigma\tau o\ (0, +\infty)$

Δ2.

$$-4 \leq x \leq -1 \overset{f \searrow}{\Leftrightarrow} f(-4) \geq f(x) \geq f(-1) \Leftrightarrow$$

$$-\frac{1}{16} \geq f(x) \geq -1 \Leftrightarrow$$

$$-1 \leq f(x) \leq -\frac{1}{16}$$

$$f(-4) = -\frac{1}{(-4)^2} = -\frac{1}{16}$$

$$f(-1) = -\frac{1}{(-1)^2} = -1$$

Δ3.

$x_0 = 1$
$f'(1) = 2$
$f(1) = -1$

Εξίσωση εφαπτομένης
$y - f(1) = f'(1)(x-1) \Rightarrow$
$y + 1 = 2(x-1) \Rightarrow$
$y + 1 = 2x - 2 \Rightarrow$
$y = 2x - 3$

Δ4.

Έστω Α$(x_1, y_1), B\ (x_2, y_2), \Gamma\ (x_3, y_3)$
Για κάθε σημείο (x_i, y_i) τις παραπάνω εφαπτομένης ισχύει : $y_i = 2x_i - 3$
Οπότε $\bar{y} = 2\bar{x} - 3 \Rightarrow \bar{y} = 2 \cdot 4 - 3 = 5$
$S_y = 2 \cdot s_x \Rightarrow S_y = 2 \cdot 2 = 4$

$$CV_y = \frac{S_y}{\bar{y}} = \frac{4}{5} = 0{,}8$$

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ
ΜΑΡΚΑΤΟΣ ΔΙΟΝΥΣΗΣ
ΜΑΣΤΟΡΑΚΟΣ ΠΑΝΑΓΙΩΤΗΣ
ΜΑΡΚΑΤΟΥ ΓΕΩΡΓΙΑ
ΑΝΝΙΝΟΣ ΔΗΜΗΤΡΗΣ