

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β΄)
ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 29 ΜΑΪΟΥ 2015
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ
ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
(ΚΑΙ ΤΩΝ ΔΥΟ ΚΥΚΛΩΝ)

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A.1 (α) A.2 (β) A.3 (α) A.4 (δ)

A.5 Λ , Σ , Σ , Λ , Σ

ΘΕΜΑ Β

B.1 (iii)

Αιτιολόγηση:

Η ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδος –σφαιρίδιο, είναι:

$$I_{\text{συστ}} = \frac{1}{3} M \ell^2 + \frac{M}{2} \cdot \ell^2 = \frac{5M\ell^2}{6}$$

Από το θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης, έχουμε:

$$\Sigma \tau = I_{\text{συστ}} \cdot \alpha_{\text{γων}} \Rightarrow Mg \frac{\ell}{2} + \frac{M}{2} \cdot g \ell = \frac{5M\ell^2}{6} \cdot \alpha_{\text{γων}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Mg \ell = \frac{5M\ell^2}{6} \cdot \alpha_{\text{γων}} \Rightarrow \alpha_{\text{γων}} = \frac{6 \cdot g}{5\ell}$$

Έτσι, ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής για τη ράβδο μόνο, είναι:

$$\frac{\Delta L}{\Delta t} = I_p \cdot \alpha_y = \frac{1}{3} M \ell^2 \cdot \frac{6g}{5\ell} = \frac{2}{5} Mg \ell$$

B.2 (iii)

Αιτιολόγηση

Από την εξίσωση του στάσιμου, για $x=0$, παρατηρούμε ότι έχουμε κοιλία. Έτσι οι θέσεις των δεσμών δίνονται από τον τύπο

$$x_0 = (2N + 1) \cdot \frac{\lambda}{4}, \quad N=0,1,2,\dots \quad \text{Άρα για } N=2, \text{ η θέση του } 3^{\text{ου}} \text{ δεσμού θα}$$

είναι στο $x_{\Delta_3} = 5 \frac{\lambda}{4}$, οπότε η τετμημένη του σημείου M θα είναι

$$x_M = \frac{5\lambda}{4} + \frac{\lambda}{12} = \frac{4\lambda}{3}$$

Αντικαθιστώντας στην εξίσωση του πλάτους

$$A' = \left| 2A \sin \left(2\pi \frac{x}{\lambda} \right) \right| \quad \text{για } x = \frac{4\lambda}{3}, \text{ έχουμε}$$

$$A' = \left| 2A \sin \frac{8\pi}{3} \right| = \left| 2A \sin \frac{2\pi}{3} \right| = A$$

B.3 (i)

Αιτιολόγηση:

Εύκολα αποδεικνύουμε ότι στην τυχαία θέση $\Sigma F = -Kx = -Dx$ άρα $D=K$ η σταθερά επαναφοράς του συστήματος των m_1 και m_2 .

$$\text{Ισχύει } D(m_1 + m_2) \cdot \omega^2 \Rightarrow \omega^2 = \frac{D}{m_1 + m_2} = \frac{K}{m_1 + m_2}$$

Άρα, μόνο για το σώμα Σ_2 , που απλώς ακουμπά στο Σ_1 , η σταθερά επαναφοράς του είναι

$$D_2 = m_2 \cdot \omega^2 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \cdot K$$

Από την ανάλυση των δυνάμεων στο σώμα Σ_2 , έχουμε για τον άξονα τον παράλληλο στο κεκλιμένο επίπεδο: (τυχαία θέση)

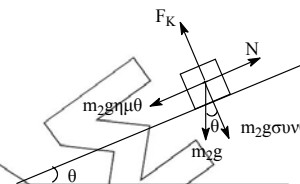
$$\Sigma F = -D_2 x \Rightarrow N - m_2 g \cdot \eta \mu \theta = -\frac{m_2}{m_1 + m_2} \cdot K \cdot x \Rightarrow$$

$$N = m_2 \cdot g \cdot \eta \mu \theta - \frac{m_2}{m_1 + m_2} \cdot K \cdot x$$

Για να μη χάνεται η επαφή, θα πρέπει $N > 0 \Rightarrow$

$$m_2 g \eta \mu \theta > \frac{m_2}{m_1 + m_2} \cdot K \cdot A \Rightarrow (m_1 + m_2) \cdot g \cdot \eta \mu \theta > K \cdot A$$

$$\text{ή } A \cdot K < (m_1 + m_2) \cdot g \cdot \eta \mu \theta$$



ΘΕΜΑ Γ

Γ.1 Από την εξίσωση $U_E = 8 \cdot 10^{-2} (1 - i^2) = 8 \cdot 10^{-2} - 8 \cdot 10^{-2} i^2$

και αφού $U_E = E_{\text{ταλ}} - U_B = E_{\text{ταλ}} - \frac{1}{2} \cdot Li^2 =$, συμπεραίνουμε ότι:

$$E_{\text{ταλ}} = 8 \cdot 10^{-2} \text{ J} \quad \text{και} \quad \frac{1}{2} L = 8 \cdot 10^{-2} \Rightarrow L = 0,16 \text{ H}$$

$$E_{\text{ταλ}} = \frac{1}{2} L \cdot I^2 \Rightarrow I = \sqrt{\frac{2E}{L}} = \frac{2 \cdot 8 \cdot 10^{-2}}{16 \cdot 10^{-2}} = 1 \text{ A} \quad \text{το μέγιστο ρεύμα}$$

$$\text{Έτσι } E = \frac{1}{2} C \cdot V_{\text{max}}^2 \Rightarrow C = \frac{2E}{V_{\text{max}}^2} = \frac{2 \cdot 8 \cdot 10^{-2}}{1600} = 10^{-4} \text{ F} \quad \text{η χωρητικότητα του}$$

πυκνωτή

$$\text{Άρα } T = 2\pi \sqrt{L \cdot C} = 2\pi \sqrt{16 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-4}} = 8\pi \cdot 10^{-3} \text{ sec}$$

Γ.2 $U_E = E_{\text{ολ}} \cdot \text{συν}^2 \omega t = 8 \cdot 10^{-2} \cdot \text{συν} \left(\frac{2\pi}{T} \cdot t \right)$

$$\text{Για } t = \frac{T}{12}, \text{ έχουμε } U_E = 8 \cdot 10^{-2} \cdot \text{συν}^2 \left(\frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{12} \right) = 8 \cdot 10^{-2} \text{συν}^2 \frac{\pi}{6}$$

$$= 8 \cdot 10^{-2} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 = 8 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{3}{4} = 6 \cdot 10^{-2} \text{ J}$$

$$\text{Γ.3 } E_{\text{ταλ}} = U_E + U_B \xrightarrow{U_B = \frac{U_E}{3}} E_{\text{ταλ}} = \frac{4 \cdot U_E}{3} \Rightarrow \frac{1 Q^2}{2 C} = \frac{4}{3} \cdot \frac{1 q^2}{2 C} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot Q$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Αλλά } I = \omega \cdot Q \Rightarrow Q = \frac{I}{\omega} \\ \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{8\pi \cdot 10^{-3}} = 250 \text{ rad/s} \end{array} \right\} \Rightarrow Q = \frac{1}{250} \text{ C}$$

$$\text{Άρα } q = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{250} = \pm \frac{\sqrt{3}}{500} \text{ C}$$

Η ΗΕΔ από αυτεπαγωγή που αναπτύσσεται κάθε στιγμή στο πηνίο, είναι $E_{\text{αυτ}} = -L \frac{di}{dt}$, όμως $E_{\text{αυτ}} = V_L = V_C$

$$\text{Άρα } \left| \frac{di}{dt} \right| = \frac{V_C}{L} = \frac{q/C}{L} = \frac{q}{LC} \xrightarrow{\frac{1}{LC} = \omega^2} \left(\frac{di}{dt} \right) = \omega^2 q$$

Αντικαθιστώντας τις τιμές, έχουμε

$$\left| \frac{di}{dt} \right| = 250^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{500} = 125\sqrt{3} \text{ A/s}$$

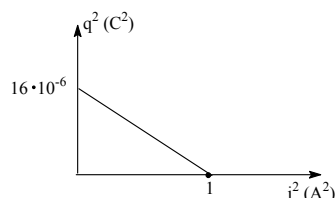
Γ.4 Από την αρχική σχέση $U_E = 8 \cdot 10^{-2}(1-i^2)$ και με δεδομένο ότι

$$U_E = \frac{1 q^2}{2 C}, \text{ έχουμε:}$$

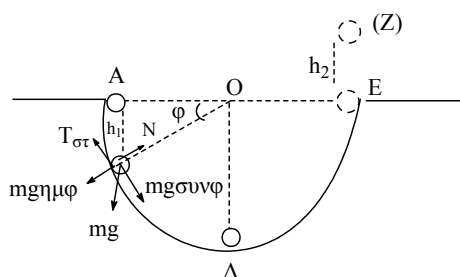
$$\frac{1 q^2}{2 C} = 8 \cdot 10^{-2}(1-i^2) \Rightarrow \frac{q^2}{2 \cdot 10^{-4}} = 8 \cdot 10^{-2}(1-i^2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q^2 = 16 \cdot 10^{-6}(1-i^2) \Rightarrow q^2 = 16 \cdot 10^{-6} - 16 \cdot 10^{-6} i^2 \text{ με } -1 \leq i \leq 1$$

(εξίσωση ευθείας, της μορφής $y = \beta + \lambda x$)



ΘΕΜΑ Δ



Το κέντρο μάζας του σφαιριδίου διαγράφει ημικύκλιο, ακτίνας $R-r=1,4\text{m}$

Δ.1 Στην τυχαία θέση Γ, με εφαρμογή του θεμελιώδη νόμου για τη μεταφορική (ΘΝΜΚ) και τη στροφική κίνηση (ΘΝΣΚ) έχουμε αντίστοιχα:

$$\text{ΘΝΜΚ: } \Sigma F = m \cdot \alpha \Rightarrow mg \cdot \text{συν}\varphi - T = m \cdot \alpha \quad (1)$$

$$\text{ΘΝΣΚ: } \Sigma \tau = I \cdot \alpha_{\text{γων}} \Rightarrow T \cdot r = \frac{2}{5} mr^2 \cdot \alpha_{\text{γων}} \quad \text{και επειδή η κύλιση γίνεται}$$

$$\text{χωρίς ολίσθηση, } \alpha = \alpha_{\text{γων}} \cdot r \Rightarrow \alpha_{\text{γων}} = \frac{\alpha}{r}$$

$$\text{Έτσι } T \cdot r = \frac{2}{5} mr^2 \cdot \frac{\alpha}{r} \Rightarrow T = \frac{2}{5} m \cdot \alpha \quad (2)$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις (1) και (2), έχουμε:

$$\frac{mg \text{συν}\varphi - T}{T} = \frac{5}{2} \Rightarrow 2mg \text{συν}\varphi - 2T = 5T \Rightarrow 2mg \text{συν}\varphi = 7T \Rightarrow T = \frac{2mg \text{συν}\varphi}{7} = 4 \text{συν}\varphi$$

Δ.2 Εφαρμόζουμε ΑΔΜΕ από τη θέση (Α) έως τη θέση (Γ), με επίπεδο αναφοράς της θέση (Γ) ($U_{\Gamma}=0$)

$$U_A + K_A^0 = U_{\Gamma}^0 + K_{\Gamma} \Rightarrow mgh_1 = \frac{1}{2} mu_{\Gamma}^2 + \frac{1}{2} I \cdot \omega_{\Gamma}^2 \Rightarrow$$

$$mgh_1 = \frac{1}{2} mu_{\Gamma}^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} mr^2 \omega_{\Gamma}^2 \xrightarrow{r \cdot \omega_{\Gamma} = u_{\Gamma}}$$

$$\Rightarrow gh_1 = \frac{1}{2} u_{\Gamma}^2 + \frac{2}{10} u_{\Gamma}^2 \Rightarrow gh_1 = \frac{7}{10} u_{\Gamma}^2 \xrightarrow{h_1 = (R-r) \cdot \eta \mu \varphi}$$

$$\Rightarrow u_{\Gamma}^2 = \frac{10 \cdot g \cdot (R-r) \cdot \eta \mu \varphi}{7} \Rightarrow u_{\Gamma}^2 = \frac{10 \cdot 10 \cdot 1,4 \cdot \frac{1}{2}}{7} = 10 \text{ m}^2 / \text{s}^2$$

Στη θέση Γ, η συνισταμένη των δυνάμεων που δρουν κατά μήκος του άξονα της ακτίνας ΟΓ, δρα ως κεντρομόλος. Έτσι:

$$\Sigma F = F_{\text{κεντρ}} \Rightarrow N - mg \eta \mu \varphi = \frac{mu_{\Gamma}^2}{R-r} \Rightarrow N = mg \eta \mu \varphi + \frac{mu_{\Gamma}^2}{R-r}$$

$$= 1,4 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} + \frac{1,4 \cdot 10}{1,4} = 7 + 10 = \mathbf{17N}$$

Δ.3 Εφαρμόζουμε ΑΔΜΕ από τη θέση (Δ) ως την (Ε), με επίπεδο αναφοράς την (Δ).

$$U_{(\Delta)}^0 + K_{(\Delta)} = U_{(E)} + K_{(E)} \Rightarrow \frac{1}{2} mu_{\Delta}^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} mr^2 \omega_{\Delta}^2 =$$

$$= mg(R-r) + \frac{1}{2} mu_E^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} mr^2 \omega_E^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{7}{10} mu_{\Delta}^2 = mg(R-r) + \frac{7}{10} mu_E^2 \Rightarrow \frac{7}{10} \cdot 6^2 = 10 \cdot 1,4 + \frac{7}{10} u_E^2 \Rightarrow$$

$$u_E^2 = 16 \Rightarrow u_E = \mathbf{4m/s} \quad \text{και} \quad \omega_E = \frac{u_E}{r} = \mathbf{20 rad/s}$$

Εγκαταλείποντας το σφαιρίδιο το ημικύκλιο στη θέση E, καταργείται η ροπή της στατικής τριβής, άρα και η $a_{\gamma\omega\nu}$. Έτσι το σώμα διατηρεί τη στροφική κινητική του κατάσταση δηλαδή $\omega_E = \omega_Z = 20 \text{ rad/s}$, ενώ το κέντρο μάζας του εκτελεί κατακόρυφη βολή με αρχική ταχύτητα $u_E = 4 \text{ m/s}$ ως τη θέση Z που στιγμιαία σταματά.

Εφαρμόζουμε ΑΔΜΕ από τη θέση (E) ως τη θέση (Z)

$$U_E^0 + K_E = U_Z + K_Z \Rightarrow \frac{1}{2} m u_E^2 + \frac{1}{2} I \omega_E^2 = m g h_2 + \frac{1}{2} m u_Z^0 + \frac{1}{2} I \omega_Z^2$$

$$\xrightarrow{\omega_E = \omega_Z} \frac{1}{2} u_E^2 = g h_2 \Rightarrow h_2 = \frac{u_E^2}{2g} = \frac{4^2}{20} = \mathbf{0,8m}$$

Δ.4 Από το E ως το Z, $\frac{dK}{dt} \text{ μεταφ} = \Sigma F \cdot u$

Έτσι στο E $\frac{dK}{dt} \text{ μεταφ} = -m g u_E = -1,4 \cdot 10 \cdot 4 = \mathbf{-56 \text{ J/S}}$

$\frac{dK}{dt} \text{ περιστρ} = \Sigma \tau \cdot \omega = 0$ (αφού $\Sigma \tau = 0$)

$\frac{dL}{dt} = \Sigma \tau = \mathbf{0}$



ΠΥΡΗΝΙΑΣ
www.pyr.gr