ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β΄)
ΤΕΤΑΡΤΗ 22 ΜΑΪΟΥ 2013
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ
ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ (ΚΑΙ ΤΩΝ ΔΥΟ ΚΥΚΛΩΝ)

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α.1 → γ

Α.2 → γ

Α.3 → δ

Α.4 → γ

Α.5 → Σ , Λ, Σ, Λ, Σ

ΘΕΜΑ Β

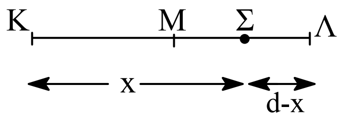
Β.1 **α) → ii**

β) $E_{αρχ} = \frac{1}{2}CV_c^2 = \frac{1}{2}20\cdot 10^{-6}\cdot 20^2 = 4\cdot 10^{-3}\,J$

$E_{τελ} = \frac{1}{2}LI'^2 = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{9}\cdot 10^{-3}\cdot 6^2 = 2\cdot 10^{-3}\,J$

άρα μειώνεται κατά $2\cdot 10^{-3}\,J$

Β.2 **α) → iii**



β) Έστω Σ τυχαίο σημείο απόσβεσης και x, d-x οι αποστάσεις του αντίστοιχα από τα Κ και Λ. Για να είναι το Σ σημείο απόσβεσης, θα πρέπει.

$$x-(d-x)=(2N+1)\frac{λ}{2} \Rightarrow 2x-d=(2N+1)\cdot\frac{λ}{2} \Rightarrow 2x = d+(2N+1)\frac{d}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{d}{2}+(2N+1)\cdot\frac{λ}{4}$$

Όμως $0 \le x \le d \Rightarrow 0 \le \frac{d}{2}+(2N+1)\cdot\frac{λ}{4} \le d \Rightarrow$

$$\Rightarrow -\frac{d}{2} \le (2N+1)\cdot\frac{λ}{4} \le \frac{d}{2} \Rightarrow -\frac{2d}{λ} \le 2N+1 \le \frac{2d}{λ} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -\frac{2d}{λ}-1 \le 2N \le \frac{2d}{λ}-1 \Rightarrow -\frac{d}{λ}-\frac{1}{2} \le N \le \frac{d}{λ}-\frac{1}{2} \quad (1)$$

Αν τώρα η συχνότητα $f_2=3f_1$, με δεδομένο ότι η ταχύτητα διάδοσης δεν άλλαξε, θα είναι $λ_1\cdot f_1 = λ_2\cdot f_2 \Rightarrow λ_2 = \frac{λ_1}{3}$ (2)

Επομένως

$$(1),(2) \Rightarrow -\frac{d}{\lambda_2} - \frac{1}{2} \leq N' \leq \frac{d}{\lambda_2} - \frac{1}{2} \overset{d=2\lambda_1=6\lambda_2}{\Rightarrow} -6 - \frac{1}{2} \leq N \leq 6 - \frac{1}{2} \Rightarrow -6{,}5 \leq N \leq 5{,}5\ ,$$

που δίνει **12 επιτρεπτές** ακέραιες τιμές για το N, τις -6, -5, …0, … +5

Β.3 α) → ii

β) Επειδή η συνισταμένη των εξωτερικών ροπών του συστήματος είναι 0, η στροφορμή του συστήματος διατηρείται.

Άρα $L_{αρχ} = L_{τελ} \Rightarrow I_1 \cdot \omega_1 = (I_1 + I_2) \cdot \omega_2 \Rightarrow$

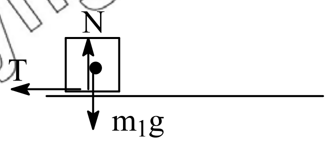
$$\Rightarrow \omega_2 = \frac{I_1}{I_1 + I_2} \cdot \omega_1 \xrightarrow{I_1=4I_2} \omega_2 = \frac{4}{5}\omega_1$$

Έτσι $\left|\Delta L_1\right| = \left|L_1' - L_1\right| = I_1 \cdot \omega_1 - I_1 \cdot \omega_2 = I_1 \cdot \omega_1 - I_1 \frac{4}{5}\omega_1$

$$\Rightarrow \left|\Delta L_1\right| = \frac{1}{5} L_1$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ.1 Η τριβή ολίσθησης που αναπτύσσεται μεταξύ Σ_1 και δαπέδου τόσο πριν όσο και μετά την κρούση έχει μέτρο $T = \mu \cdot N \Rightarrow T = \mu m_1 g$, οπότε η επιβράδυνση του σώματος Σ_1, θα είναι



$$\alpha = \frac{T}{m_1} = \mu g \Rightarrow \alpha = 5 m/s^2$$

Εφαρμόζουμε το ΘΜΚΕ για την κίνηση του Σ_1 πριν την κρούση:

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_T \Rightarrow \frac{1}{2} m_1 \cdot \upsilon_1^2 - \frac{1}{2} m_1 \cdot \upsilon_o^2 = -Td \Rightarrow$$

$\frac{1}{2} m_1 \upsilon_1^2 - \frac{1}{2} m_1 \upsilon_o^2 = -\mu m_1 g d \Rightarrow \upsilon_o^2 - \upsilon_1^2 = 2\mu g d$ (1) όπου υ_1, η ταχύτητα του σώματος Σ_1 πριν την κρούση.

Από τους τύπους της κεντρικής ελαστικής κρούσης μεταξύ των δύο σωμάτων, έχουμε:

$$\upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot \upsilon_1 \Rightarrow \upsilon_1' = \frac{m_1 - 2m_1}{m_1 + 2m_1} \cdot \upsilon_1 \Rightarrow \upsilon_1' = -\frac{1}{3}\upsilon_1 \Rightarrow \upsilon_1 = 3\sqrt{10} m/s \quad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2), έχουμε:

$$\upsilon_o^2 = \upsilon_1^2 + 2\mu g d \Rightarrow \upsilon_o^2 = 90 + 2 \cdot 0{,}5 \cdot 10 \cdot 1 \Rightarrow \boldsymbol{\upsilon_o = 10 m/s}$$

Γ.2 $1^{ος}$ τρόπος

Το σώμα $Σ_1$ πριν την κρούση είχε κινητική ενέργεια $K_1 = \frac{1}{2}m_1υ_1^2$, ενώ μετά την κρούση $K_1^{'} = \frac{1}{2}m_1υ_1^{'2}$

Το ζητούμενο ποσοστό θα είναι:

$$Π\% = \frac{|ΔK_1|}{K_{1,αρχ}}\cdot 100 = \frac{K_1 - K_1^{'}}{K_1}\cdot 100 = \left(1 - \frac{K_1^{'}}{K_1}\right)\cdot 100$$

$$= \left(1 - \frac{\cancel{\frac{1}{2}m_1}υ_1^{'2}}{\cancel{\frac{1}{2}m_1}υ_1^2}\right)\cdot 100 = \left(1 - \frac{10}{90}\right)\cdot 100 = \frac{8}{9}\cdot 100 = \mathbf{88{,}89\%}$$

$2^{ος}$ τρόπος

Επειδή $|ΔK_1| = K_2^{'}$ (Στο $Σ_2$ μεταβιβάζεται όση κινητική ενέργεια χάνει το $Σ_1$) το ζητούμενο ποσοστό μπορεί να υπολογιστεί και από τη σχέση

$$Π\% = \frac{K_2}{K_1}\cdot 100 = \frac{\frac{1}{2}m_2υ_2^{'2}}{\frac{1}{2}m_1υ_1^2}\cdot 100 = \frac{800}{9} = 88{,}9\%$$

Γ.3 $1^{ος}$ τρόπος:

Η επιβράδυνση του $Σ_1$, είναι όπως είδαμε ίση με $α = μg = 5m/s^2$.

Έτσι κατά την κίνηση πριν την κρούση: (t_1 ο χρόνος κίνησης)

$$υ_1 = υ_o - αt_1 \Rightarrow 3\sqrt{10} = 10 - 5t_1 \Rightarrow 5t_1 = 10 - 3\sqrt{10} \Rightarrow t_1 = 0{,}08s$$

Κατά την επιστροφή, μετά την κρούση, με ίδια επιβράδυνση:

$$\cancel{υ}^{0} = υ_1^{'} - α\cdot t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{υ_1^{'}}{α} = \frac{\sqrt{10}}{5} = 0{,}64s \text{ (χρόνος επιστροφής)}$$

Άρα ο συνολικός χρόνος κίνησης είναι $t = t_1 + t_2 = \mathbf{0{,}72s}$

$2^{ος}$ τρόπος:

Εφαρμόζουμε τη γενίκευση του $2^{ου}$ νόμου του Νεύτωνα τόσο για την κίνηση πριν, όσο και μετά την κρούση $\frac{ΔP}{Δt} = ΣF = T \Rightarrow Δt = \left|\frac{ΔP}{T}\right|$. Έτσι:

i) Κατά την κίνηση πριν την κρούση (προς τα δεξιά)

$$t_1 = \frac{m_1υ_o - m_1υ_1}{μm_1g} = \frac{υ_o - υ_1}{μg} = \frac{10 - 3\sqrt{10}}{5} = \frac{10 - 9{,}6}{5} = 0{,}08s$$

ii) Κατά την επιστροφή, μετά την κρούση (προς τ' αριστερά)

$$t_2 = \frac{m_1 u_1' - 0}{\mu m_1 g} = \frac{u_1'}{\mu g} = \frac{\sqrt{10}}{5} = \frac{3,2}{5} = 0,64\text{s}$$

Έτσι ο συνολικός χρόνος κίνησης θα είναι: $t = t_1 + t_2 = \mathbf{0,72s}$

Γ.4 Έστω x η μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου. Από την αρχική κινητική ενέργεια του Σ_2, ένα μέρος γίνεται αποθηκευμένη δυναμική ενέργεια ελατηρίου και το υπόλοιπο θερμότητα λόγω του έργου της τριβής

Έτσι $K_{\alpha\rho\chi} = |W_T| + U_{\varepsilon\lambda} \Rightarrow \frac{1}{2} m_2 \cdot u_2'^2 = T_2 \cdot x + \frac{1}{2}\kappa \cdot x^2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m_2 \cdot u_2'^2 = \mu m_2 g x + \frac{1}{2}\kappa x^2 \Rightarrow \frac{1}{2}\cdot 1 \cdot 40 = 5 \cdot x + \frac{1}{2}\cdot 105 x^2$$

$$\Rightarrow 105x^2 + 10x - 40 = 0 \Rightarrow 21x^2 + 2x - 8 = 0 \Rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{4+672}}{42} \Rightarrow$$

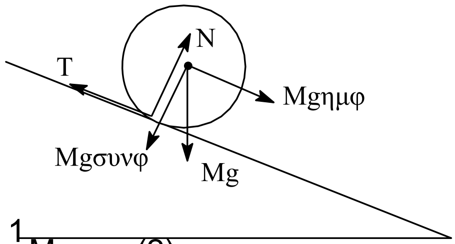
$$\Rightarrow x = \frac{-2 \pm 26}{42} \left\langle \begin{array}{l} x_1 < 0 \\ x_2 = \frac{24}{42} = \mathbf{\frac{4}{7}m} \end{array} \right.$$

ή

(ΘΜΚΕ): $K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = -U_{\varepsilon\lambda} - W_T \Rightarrow \frac{1}{2} m u_o^2 = \frac{1}{2}\kappa \cdot x^2 + T \cdot x ...$

ΘΕΜΑ Δ

Δ.1 Από το 2° νόμο του Νεύτωνα για τη μεταφορική και την περιστροφική κίνηση αντίστοιχα, έχουμε:



$$\Sigma F = M \cdot \alpha_{cm} \Rightarrow Mg\eta\mu\varphi - T = M \cdot \alpha_{cm} \quad (1)$$

$$\Sigma \tau = I \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow T \cdot \cancel{R} = \frac{1}{2} M R^{\cancel{2}} \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \xrightarrow{R\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu} = \alpha_{cm}} T = \frac{1}{2} M \cdot \alpha_{cm} \quad (2)$$

(μόνο η Τ δημιουργεί ροπές ως προς το κέντρο, αφού οι υπόλοιπες δυνάμεις διέρχονται από αυτό)

Αθροίζοντας κατά μέλη τις (1) και (2), έχουμε:

$$Mg\eta\mu\varphi = \frac{3}{2} M \cdot \alpha \Rightarrow \boldsymbol{\alpha = \frac{2g\eta\mu\varphi}{3}}$$

Δ.2 Επειδή η ροπή αδράνειας είναι μονόμετρο μέγεθος, από τον αρχικό κύλινδρο, μάζας M, αφαιρούμε τον εσωτερικό, μάζας m.

Αν d η πυκνότητα του υλικού του σώματος, ισχύει

$$\left.\begin{aligned} M &= dV = d\pi R^2 h \\ m &= dv' = d\pi r^2 h \end{aligned}\right\}$$ Διαιρώντας κατά μέλη, έχουμε

$$\frac{m}{M} = \left(\frac{r}{R}\right)^2 \Rightarrow m = M\left(\frac{r}{R}\right)^2$$

Έτσι $I = \frac{1}{2}MR^2 - \frac{1}{2}mr^2 = \frac{1}{2}MR^2 - \frac{1}{2}M\frac{r^2}{R^2}\cdot r^2 = \mathbf{\frac{1}{2}MR^2\left(1 - \frac{r^4}{R^4}\right)}$

Δ.3 Αφού έχουμε λιπάνει την επιφάνεια επαφής των δύο κυλίνδρων, δεν ασκείται τριβή ανάμεσά τους, άρα ο εσωτερικός κύλινδρος, μάζας $m = M\frac{r}{R}$, δεν δέχεται ροπές.

Έτσι το εσωτερικό τμήμα κάνει μόνο μεταφορική κίνηση, ενώ το εξωτερικό σύνθετη.

- Για τη μεταφορική: $\Sigma F = M\alpha \Rightarrow Mg\eta\mu\varphi - T = M\alpha$ (3)
- Για την περιστροφική (μόνο του εξωτερικού τμήματος)

$$\Sigma\tau = I\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu}\, T\cdot\cancel{R} = \frac{1}{2}M\cancel{R^2}\left(1-\frac{r^4}{R^4}\right)\cdot\frac{\alpha}{\cancel{R}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T = \frac{1}{2}M\left(1-\frac{r^4}{R^4}\right)\cdot\alpha$$

$$(3)+(4) \Rightarrow Mg\cdot\eta\mu\varphi = \frac{1}{2}M\left(1-\frac{r^4}{R^4}\right)\alpha + M\cdot\alpha \Rightarrow$$

$$\Rightarrow g\cdot\eta\mu\varphi = \frac{1}{2}\left(3-\frac{r^4}{R^4}\right)\cdot\alpha \Rightarrow \mathbf{\alpha = \frac{2g\eta\mu\varphi}{3-\frac{r^4}{R^4}}}$$

Δ.4 $K_{\mu\varepsilon\tau} = \frac{1}{2}M\cdot\upsilon^2$ (ως ενιαίο σύστημα)

$$K_{\pi\varepsilon\rho} = \frac{1}{2}I_{\varepsilon\xi}\omega^2 = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}MR^2\left(1-\frac{r^4}{R^4}\right)\cdot\omega^2 \xrightarrow{R\omega=\upsilon}$$

$$\Rightarrow K_{\pi\varepsilon\rho} = \frac{1}{4}M\upsilon^2\left(1-\frac{r^4}{R^4}\right)$$

Άρα $\frac{K_{\mu\varepsilon\tau}}{K_{\pi\varepsilon\rho}} = \frac{\frac{1}{2}M\upsilon^2}{\frac{1}{4}M\left(1-\frac{1}{16}\right)\upsilon^2} = \frac{2}{\frac{15}{16}} = \mathbf{\frac{32}{15}}$

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ ΑΠΑΝΤΗΣΕΩΝ

ΤΣΙΚΛΙΔΗ ΜΑΡΙΑ

ΒΑΝΙΚΙΩΤΗΣ ΚΥΡΙΑΚΟΣ

ΤΣΙΚΛΙΔΗΣ ΓΡΗΓΟΡΗΣ